Übungsblatt zu Lektion 1

1) Bestimmen Sie die reellen Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen:

   a) $-3x^2+5x-1=0$ b) $\mathrm{U}^2 - 4\mathrm{U}+13=0$

   c) $5\mathrm{K}^2+20\mathrm{K}+20=0$ d) $(s-1)(s+3)=-4$

2) Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen in Abhängigkeit vom Parameter α. Bestimmen Sie dann α so, dass die Gleichungen genau eine Lösung besitzen und geben Sie diese Lösung an:

   a) $2x^2+4x=\alpha$ b) $2x^2+\alpha\cdot x=-4$

3) Welche reellen Lösungen besitzen die folgenden Gleichungen?

   a) $-2x^3+8x^2=8x$ b) $0.5(3x^2-6)(x^2-25)(x+3)=0$

   c) $x^5-3x^3+x=0$ d) $-2x^3-5x^2+3=0$ e) $(x-1)^2(x+2)=4(x+2)$

4) Die Ausgangsspannung U_a eines Leistungsverstärkers erfüllt folgende Gleichung:

$$\frac{U_a}{R_L}=\beta\cdot(U_e-U_a-U_{th})^2$$

   Die übrigen Größen können als bekannte Parameter betrachtet werden, die für einen 100W-Verstärker folgende typischen Werte besitzen:

Lastwiderstand	$R_L = 4\Omega$
Eingangsspannung	$U_e = 10V$
Steuerfaktor des Transistors	$\beta = 1.5A/V^2$
Schwellenspannung des Transistors	$U_{th} = 3V$

   a) Berechnen Sie die Ausgangsspannung U_a
   (Hinweis: Die Einheiten können für die Rechnung weggelassen werden. Dem Ergebnis wird dann die Einheit V angefügt.)

   b) Berechnen Sie die Ausgangsspannung U_a allgemein in Abhängigkeit von U_e, R_L, U_{th} und β.
   (Hinweis: Die Rechnung wird sehr erleichtert, wenn man die Abkürzung $D = U_e - U_{th}$ benutzt und erst im Ergebnis die Abkürzung wieder durch den Originalausdruck ersetzt).

5) Lösen Sie die folgenden Wurzelgleichungen:

   a) $\sqrt{-3+2x}=2$ b) $\sqrt{2x^2-1}+x=0$

6) Welche reellen Lösungen besitzen die folgenden Betragsgleichungen?

   a) $|2x+4|=-(x^2-x-6)$ b) $|x+1|=|2x-1|$

7) Bestimmen Sie die reelle Lösungsmenge der Ungleichung $\ln(x) + 1 < x^2 - 2$
Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:
   a) Skizzieren Sie die beiden Funktionen $f(x) = \ln(x) + 1$ und $g(x) = x^2 - 2$ im Intervall $-0{,}5 \leq x \leq 2{,}5$
      (Hinweis: Nutzen Sie als Hilfe eine Wertetabelle.)
   b) Bestimmen Sie sämtliche reellen Lösungen der Gleichung $f(x) = g(x)$ im Intervall $-0{,}5 \leq x \leq 2{,}5$ numerisch**.**
   c) Bestimmen Sie unter Verwendung der Ergebnisse aus a) und b) die reelle Lösungsmenge der Ungleichung $\ln(x) + 1 < x^2 - 2$

8) Lösen Sie die folgenden Ungleichungen graphisch:

   a) $2x - 8 > |x|$ b) $|x| \leq x - 2$

   c) $|x^2 - 9| < |x - 1|$ d) $\dfrac{x-1}{x+1} \geq \dfrac{1}{2}$

   Anleitung: Bringen Sie alle Terme auf eine Seite, zeichnen Sie die zugehörige Funktion und ermitteln Sie die Nullstellen. Alternativ können Sie die Funktionen auf den beiden Seiten der Ungleichung zeichnen und die Schnittpunkte bestimmen. Geben Sie dann mit Hilfe der Grafik die Lösungsmenge an.