Praktikum V – Zufall

GTI SoSe 2019 Prof. A. Siebert, A. Wallis

Aufgabe 1.

Der XORShift Zufallszahlengenerator mit den Shift-Parametern (13, 7, 17) und Startwert 1 generiert für die ersten n=10000000 Zufallszahlen folgende Lauflängen, mit Gesamtzahl der Läufe $N_r = 3678682$:

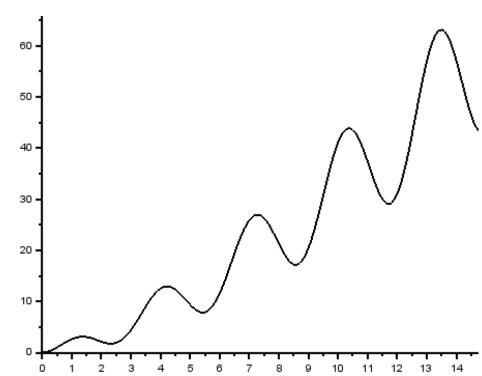
r	1	2	3	4	5	6	7	8	≥9
n_r	1840234	1224582	460236	123008	25485	4332	694	98	13

Bewerten Sie die Qualität der Zufallszahlen auf Basis des Lauflängentests, d.h. berechnen Sie den Wert von χ^2 in Bezug auf die erwartete Verteilung der Lauflängen und bewerten Sie ihn anhand der Quantiltabelle.

Aufgabe 2.
Berechnen Sie mit Hilfe der Monte-Carlo Methode die Fläche unter der Kurve

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x} + \sin^2 x + 2x \sin x \cos x$$

Der Verlauf von f(x) im Interval [0..15] ist wie folgt:



a. Berechnen Sie $\int_2^4 f(x)dx$.

b. Berechnen Sie $\int_{30}^{35} f(x)dx$.

Zur Erzeugung der Zufallszahlen können Sie den Zufallszahlengenerator der Klasse `Random` verwenden. Es bietet sich an, als Startwert (*seed*) die Systemzeit (`System.currentTimeMillis()` oder `System.nanoTime()`) zu verwenden, um jedes Mal andere Approximationen zu erzeugen.

Machen Sie sich Gedanken, wie die Höhe h des umgebenden Rechtecks sinnvoll aus $f(x)$ hergeleitet werden kann.

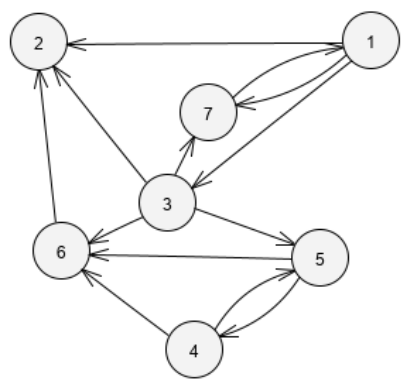
Die exakten Ergebnisse sind (a) 11.1746 und (b) 904.2086.
Ist A das exakte Ergebnis und A' das Monte-Carlo Ergebnis, so berechnet sich der relative Fehler (in Prozent) zu

$$e = 100 \cdot \frac{A' - A}{A}$$

Berechnen Sie die relativen Fehler Ihrer Approximationen.

Für n=1000 Zufallspunkte sollten Sie relative Fehler beobachten, die gerne mal bei 10% liegen. Für n=100000 Zufallspunkte sollten sie fast immer unter 1% liegen.

Aufgabe 3.
Gegeben sei das folgende Netzwerk (Webseiten und Hyperlinks):



Bestimmen Sie den PageRank (die Rangwerte) der sieben Knoten.

Zur Berechnung der Google-Matrix **H"** setzen Sie $\alpha = 0.99$.

Berechnen Sie $\mathbf{H"}^{\infty}$ so weit, dass sich bei den ersten vier Nachkommastellen der Elemente Ihrer Lösungsmatrix keine Änderungen mehr ergeben.